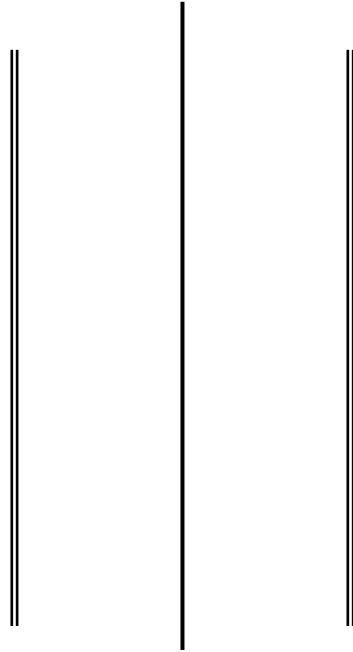


PAPER
TEORI HIMPUN & LOG



oleh :
JBNU EDJYUNO
0901125091

Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. Hamka
Pend. Matematika 1.G 2009 - 2010

SEJARAH HIMPUNAN

Yang pertama kali mengembangkan teori himpunan adalah **George Cantor (1845 - 1918)**. Oleh sebab itu beliau juga dikenal sebagai bapak teori himpunan. Salah satu penemuannya yang dianggap penemuan yang *revolusioner* pada zaman itu adalah *tentang hierarki himpunan infinit (himpunan tak berhingga.*

Himpunan merupakan kumpulan objek yang mempunyai syarat tertentu dan jelas. Kumpulan itu dapat berupa daftar, koleksi, kelas. Sedangkan untuk objek dapat berupa benda konkrit atau benda abstrak. Objek yang menjadi anggota atau elemen dari himpunan. Himpunan biasanya disimbolkan dengan huruf kapital, contoh : L, I, D, Y, A. Sedangkan anggota himpunan(objek) disimbolkan dengan huruf kecil. Ada tiga cara untuk mendefinisikan suatu himpunan, yaitu :

1. Dengan mendaftar anggota-anggota himpunan di antara '{' dan '}''.
Contoh : $L = \{i, d, y, a\}$.
2. Dengan menyatakan sifat-sifat yang dipenuhi oleh anggota-anggotanya.
Contoh : $N =$ himpunan bilangan genap yang kurang dari 20.
3. Dengan menggunakan notasi pembentuk himpunan.
Contoh : $V = \{x / x \text{ adalah bilangan genap}\}$.

Ada beberapa jenis himpunan yaitu *himpunan kosong*, *himpunan semesta*, *himpunan berhingga (finit)*, *himpunan tak berhingga (infinit)*. **Himpunan kosong** adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota, notasi $\{ \}$. **Himpunan semesta** adalah himpunan yang mempunyai anggota semua objek yang sedang dibicarakan, notasi S atau U. *Suatu himpunan dikatakan berhingga jika himpunan itu beranggotakan elemen-elemen berbeda yang banyaknya tertentu (berhingga)*. **Himpunan tak berhingga** adalah himpunan yang tidak finit.

Dalam relasi anantara himpunan dikenal adanya *himpunan bagian (subset)*, *himpunan yang sama*, *himpunan yang berpotongan*, *himpunan yang lepas*, *diagram venn euler*. Himpunan L disebut subset dari himpunan N jika setiap anggota L juga merupakan anggota N. Dua himpunan dikatakan sama jika dan hanya jika kedua himpunan itu merupakan subset satu dan lainnya. Dua himpunan dikatakan berpotongan jika dan hanya jika ada anggota himpunan yang satu yang juga menjadi anggota himpunan lainnya. Dua himpunan dikatakan lepas jika dan hanya jika kedua himpunan itu tidak kosong dan tidak mempunyai elemen yang sama. Cara sederhana dan mudah untuk menggambarkan relasi antara dua himpunan adalah dengan menggunakan diagram Venn-Euler. Daerah di dalam kurva tertutup pada diagram ini mewakili objek-objek yang dimaksud.

Operasi himpunan terdiri dari gabungan, irisan, komplemen, selisih dua himpunan (difference), jumlah dua himpunan (symmetry difference). Gabungan himpunan X dan Y adalah himpunan semua anggota X atau semua anggota Y atau anggota keduanya. Irisan dari himpunan X dan Y adalah himpunan dari anggota persekutuan X dan himpunan Y (dengan kata lain, himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota X dan anggota Y). Komplemen himpunan X adalah himpunan anggota-anggota di dalam semesta pembicaraan yang bukan anggota X. Selisih dua himpunan X dan Y sama dengan irisan X dan Y. Jumlah dua himpunan X dan Y adalah himpunan anggota X atau Y tetapi bukan anggota X dan Y.

PENGERTIAN

Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang keanggotaannya didefinisikan dengan jelas.

Contoh:

- Himpunan siswi kelas III SMU Tarakanita tahun 1999-2000 yang nilai IQ-nya diatas 120.
- Himpunan bilangan-bilangan bulat diantara 10 dan 500 yang habis dibagi 7

Himpunan hanya membicarakan objek-objek yang berlainan saja.

1. **Metode Roster**

yaitu dengan menuliskan semua anggota himpunan di dalam tanda kurung
{.....}

contoh: himpunan bilangan ganjil $N = \{1,3,5,7,9,.....\}$

2. **Metode Rule**

yaitu dengan menyebutkan syarat keanggotaannya

contoh: $N = \{x \mid x \text{ adalah bilangan asli}\}$

MACAM – MACAM HIMPUNAN

Himpunan bagian (\subset atau \supset)

Himpunan A adalah himpunan bagian dari himpunan B, jika setiap anggota A adalah anggota B.

Ditulis : $A \subset B$ atau $B \supset A$

contoh:

$A = \{a,b\}$; $B = \{a,b,c\}$; $C = \{a,b,c,d\}$

maka $A \subset B$; $A \subset C$; $B \subset C$

Himpunan Sama (=)

Dua himpunan A dan B adalah sama, jika setiap elemen A adalah elemen B, dan setiap elemen B adalah elemen A.

Ditulis $A = B$

contoh:

$K = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$

$L = \{2,1\}$

maka $K = L$

Himpunan lepas (//)

Dua himpunan A dan B disebut saling lepas, jika himpunan A tidak mempunyai anggota persekutuan dengan himpunan B.

Ditulis $A // B$

contoh:

$A = \{a,b,c\}$ $B = \{k,l,m\}$ Maka $A // B$

Himpunan bilangan asli

Himpunan bilangan asli adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya merupakan bilangan bulat positif.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Himpunan bilangan prima

Himpunan bilangan prima adalah himpunan bilangan-bilangan asli yang hanya dapat dibagi dirinya sendiri dan satu, kecuali angka 1.

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

Himpunan bilangan cacah

Himpunan bilangan cacah adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya merupakan bilangan bulat positif digabung dengan nol.

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Himpunan bilangan bulat

Himpunan bilangan bulat adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya seluruh bilangan bulat, baik negatif, nol, dan positif.

$$B = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Himpunan bilangan rasional

Himpunan bilangan rasional adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya merupakan bilangan yang dapat dinyatakan sebagai: p/q dimana $p, q \in \mathbb{Z}$ bulat dan $q \neq 0$ atau dapat dinyatakan sebagai suatu desimal berulang.

contoh: 0, -2, $2/7$, 5, $2/11$, dan lain lain

Himpunan bilangan irasional

Himpunan bilangan irasional adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya tidak dapat dinyatakan sebagai p/q atau tidak dapat dinyatakan sebagai suatu desimal berulang.

contoh: $\log 2$, e , $\sqrt{7}$

Himpunan bilangan riil

Himpunan bilangan riil adalah himpunan yang anggota-anggotanya merupakan gabungan dari himpunan bilangan rasional dan irasional.

contoh: $\log 10, 5/8, -3, 0, 3$

Himpunan bilangan imajiner

Himpunan bilangan imajiner adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya merupakan i (satuan imajiner) dimana i merupakan lambang bilangan baru yang bersifat $i^2 = -1$

contoh: $i, 4i, 5i$

Himpunan bilangan kompleks

Himpunan bilangan kompleks adalah himpunan bilangan yang anggota-anggotanya ($a + bi$) dimana $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$, dengan a bagian riil dan b bagian imajiner.

contoh: $2-3i, 8+2$

Sifat - Sifat Operasi Himpunan

1. **Sifat komutatif** : $A \cap B = B \cap A$ (risal)

$$A \cup B = B \cup A \text{ (gabungan)}$$

2. **Sifat asosiatif** : $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

3. **Sifat distributif** : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

4. Dalil De Morgan

Dalil De Morgan berhubungan dengan komplemen suatu himpunan. Komplemen himpunan A adalah himpunan yang anggota - anggotanya bukan anggota himpunan A. Komplemen himpunan A dilambangkan dengan A'.

Contoh

$$S = \{ 0,1,2,3,4,5,6 \}$$

$$A = \{ 0,2,4,6 \}$$

Diagram Venn-nya :

$$A' = \{ 1,3,5 \}$$

Menurut Dalil De Morgan:

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

Hukum – Hukum Himpunan

Hukum Involusi	$(A')' = A$	
Hukum Idempoten	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
Hukum Identitas	$A \cup \emptyset = A$	$A \cap S = A$
Hukum Komplemen	$A \cup A' = S$	$A \cap A' = \emptyset$

Diagram Venn

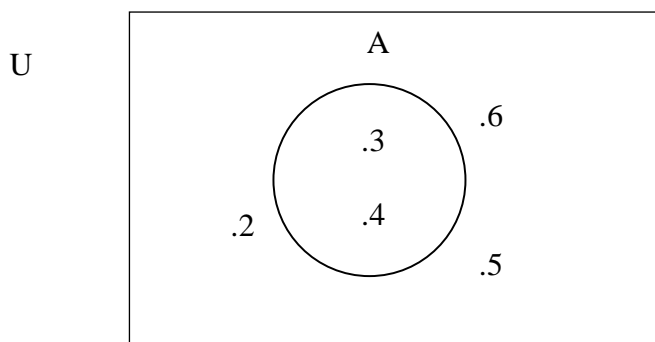
Istilah diagram Venn berasal dari seorang ahli bangsa Inggris yang menjadi tokoh logika matematika, yaitu John Venn (1834-1923). Ia menulis buku *simbolik logic* dalam analisisnya menggunakan banyak diagram khususnya diagram lingkaran, diagram tersebut kini dikenal nama diagram Venn.

Langkah - langkah membuat diagram Venn :

1. Himpunan semesta (S) digambarkan dengan sebuah *persegi panjang* dan notasi S ditulis pada pojok kiri atas.
2. Setiap himpunan yang termuat di dalam himpunan semesta digambarkan dengan kurva tertutup (seperti lingkaran) dan nama himpunannya di tulis di dekat kurva tersebut.
3. Anggota - anggotanya di tunjukan dengan noktah, dannama anggotanya di tulis di dekat noktah tersebut.

Contoh

- a. Apabila $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ dan $A = \{3,4\}$, maka diagram Vennnya adalah



Sejarah Logika

Logika berasal dari kata *Yunani kuno* (*logos*) yang berarti hasil pertimbangan akal pikiran yang diutarakan lewat kata dan dinyatakan dalam bahasa. Logika adalah salah satu cabang filsafat. Sebagai ilmu, logika disebut dengan logike episteme (Latin: *logica scientia*) atau ilmu logika (ilmu pengetahuan) yang mempelajari kecakapan untuk berpikir secara lurus, tepat, dan teratur. Ilmu disini mengacu pada kemampuan rasional untuk mengetahui dan kecakapan mengacu pada kesanggupan akal budi untuk mewujudkan pengetahuan ke dalam tindakan. Kata logis yang dipergunakan tersebut bisa juga diartikan dengan masuk akal.

Masa Yunani Kuno

Logika dimulai sejak *Thales (624 SM - 548 SM)*, filsuf Yunani pertama yang meninggalkan segala dongeng, takhayul, dan cerita-cerita isapan jempol dan berpaling kepada akal budi untuk memecahkan rahasia alam semesta. Thales mengatakan bahwa air adalah *arkhe* (Yunani) yang berarti prinsip atau asas utama alam semesta. Saat itu Thales telah mengenalkan **logika induktif**.

Aristoteles kemudian mengenalkan logika sebagai ilmu, yang kemudian disebut *logica scientica*. Aristoteles mengatakan bahwa Thales menarik kesimpulan bahwa air adalah *arkhe* alam semesta dengan alasan bahwa air adalah *jiwa* segala sesuatu.

Dalam logika Thales, air adalah *arkhe* alam semesta, yang menurut Aristoteles disimpulkan dari:

- Air adalah jiwa tumbuh-tumbuhan (karena tanpa air tumbuhan mati)
- Air adalah jiwa hewan dan jiwa manusia
- Air jugalah uap
- Air jugalah es

Jadi, air adalah jiwa dari segala sesuatu, yang berarti, air adalah *arkhe* alam semesta. Sejak saat Thales sang filsuf mengenalkan pernyataannya, logika telah mulai dikembangkan. Kaum Sofis beserta Plato (**427 SM-347 SM**) juga telah merintis dan

memberikan saran-saran dalam bidang ini. Pada masa Aristoteles logika masih disebut dengan *analitica*, yang secara khusus meneliti berbagai **argumentasi** yang berangkat dari **proposisi** yang benar, dan *dialektika* yang secara khusus meneliti argumentasi yang berangkat dari proposisi yang masih diragukan kebenarannya. Inti dari logika Aristoteles adalah **silogisme**.

Buku Aristoteles *to Organon* (alat) berjumlah enam, yaitu:

1. *Categoriae* menguraikan pengertian-pengertian
2. *De interpretatione* tentang keputusan-keputusan
3. *Analytica Posteriora* tentang pembuktian.
4. *Analytica Priora* tentang **Silogisme**.
5. *Topica* tentang argumentasi dan metode berdebat.
6. *De sophisticis elenchis* tentang kesesatan dan kekeliruan berpikir.

Pada **370 SM - 288 SM Theophrastus**, murid Aristoteles yang menjadi pemimpin **Lyceum**, melanjutkan pengembangan logika. Istilah logika untuk pertama kalinya dikenalkan oleh Zeno dari Citium **334 SM - 226 SM** pelopor **Kaum Stoa**. Sistematisasi logika terjadi pada masa Galenus (**130 M - 201 M**) dan Sextus Empiricus **200 M**, dua orang dokter medis yang mengembangkan logika dengan menerapkan metode geometri. Porphyryus (**232 - 305**) membuat suatu pengantar (*eisagoge*) pada *Categoriae*, salah satu buku Aristoteles. Boethius (**480-524**) menerjemahkan *Eisagoge* Porphyrius ke dalam bahasa Latin dan menambahkan komentar-komentarnya. Johannes Damascenus (**674 - 749**) menerbitkan *Fons Scientiae*.

Abad pertengahan dan logika modern

Pada abad 9 hingga abad 15, buku-buku Aristoteles seperti *De Interpretatione*, *Eisagoge* oleh Porphyryus dan karya Boethius masih digunakan. Thomas Aquinas **1224-1274** dan kawan-kawannya berusaha mengadakan sistematisasi logika.

Lahirilah **logika modern** dengan tokoh-tokoh seperti:

- Petrus Hispanus (1210 - 1278)
- Roger Bacon (1214-1292)
- Raymundus Lullus (1232 -1315) yang menemukan metode logika baru yang dinamakan **Ars Magna**, yang merupakan semacam **aljabar** pengertian.
- William Ocham (1295 - 1349)

Pengembangan dan penggunaan logika Aristoteles secara murni diteruskan oleh Thomas Hobbes (1588 - 1679) dengan karyanya **Leviatan** dan John Locke (1632-1704) dalam *An Essay Concerning Human Understanding* Francis Bacon (1561 - 1626) mengembangkan logika induktif yang diperkenalkan dalam bukunya *Novum Organum Scientiarum*. J.S. Mills (1806 - 1873) melanjutkan logika yang menekankan pada pemikiran induksi dalam bukunya *System of Logic*

Lalu logika diperkaya dengan hadirnya pelopor-pelopor logika simbolik seperti:

- Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) menyusun logika aljabar berdasarkan *Ars Magna* dari Raymundus Lullus. Logika ini bertujuan menyederhanakan pekerjaan akal budi dan lebih mempertajam kepastian.
- George Boole (1815-1864)
- John Venn (1834-1923)
- Gottlob Frege (1848 - 1925)

Lalu **Chares Sanders Peirce (1839-1914)**, seorang filsuf Amerika Serikat yang pernah mengajar di **John Hopkins University**, melengkapi logika simbolik dengan karya-karya tulisnya. Ia memperkenalkan dalil Peirce (*Peirce's Law*) yang menafsirkan logika selaku teori umum mengenai tanda (*general theory of signs*) Puncak kejayaan logika simbolik terjadi pada tahun **1910-1913** dengan terbitnya *Principia Mathematica* tiga jilid yang merupakan karya bersama Alfred North Whitehead (1861 - 1914) dan Bertrand Arthur William Russel (1872 - 1970). Logika simbolik lalu diteruskan oleh Ludwig Wittgenstein (1889-1951), Rudolf Carnap (1891-1970), Kurt Godel (1906-1978), dan lain-lain.

Logika sebagai matematika murni

Logika masuk kedalam kategori matematika murni karena matematika adalah logika yang tersistematisasi. Matematika adalah pendekatan logika kepada metode ilmu ukur yang menggunakan tanda-tanda atau simbol-simbol matematik (**logika simbolik**).

Logika tersistematisasi dikenalkan oleh dua orang dokter medis, Galenus (130-201 M) dan Sextus Empiricus (sekitar 200 M) yang mengembangkan logika dengan menerapkan metode geometri.

Puncak **logika simbolik** terjadi pada tahun **1910-1913** dengan terbitnya *Principia Mathematica* tiga jilid yang merupakan karya bersama Alfred North Whitehead (**1861 - 1914**) dan Bertrand Arthur William Russel (**1872 - 1970**).